MATHEMA. Año 2.000

D. Rafael Pérez Gómez (*)

Nota: *Esta es la transcripción de la conferencia impartida por el Profesor D. Rafael Pérez Gómez el día 15 de Diciembre de 2.000 en Bilbao. La impartió utilizando PowerPoint , lo que dificulta el trasladar a un texto escrito el mensaje y espíritu de la misma. Somos conscientes que la transcripción de lo acontecido no refleja en toda su extensión el contenido de la conferencia. El texto que se presenta se ha realizado a partir de las notas tomadas durante la conferencia , la grabación de una cinta de audio, las notas aportadas por el conferenciante y una copia del CD con el montaje utilizado en PowerPoint.*

1. Mathema

Hoy vamos a hablar de un tema, en el que todos estamos enfrascados hasta el fondo, cuyo origen tiene como soporte un conocimiento que se iniciara hace muchísimos siglos atrás. Entre los siglos VII y VI a.C. surge una ciencia que, en transcripción latina, se denominó ***Mathema*** - la evolución final de dicha palabra es la de **Matemáticas** -. ***Mathema*** significa "conocimiento", "comprensión", porque, en sus orígenes , esta nueva ciencia lo que realmente pretendía era suministrar herramientas para entender al mundo que rodeaba a aquellos sabios griegos de entonces.

¿Qué es hoy , en el 2.000 , ***Mathema***?

¿En qué se ha convertido aquella herramienta para entender el mundo?

Desgraciadamente, la visión que la inmensa mayoría de la ciudadanía tiene de las matemáticas está bastante distorsionada respecto a lo que supuso el punto de partida de las mismas. Su enseñanza ha derivado en la transmisión de conocimientos que en nada tienen que ver con problemas relativos al mundo. Hagamos un poco de memoria y recordemos situaciones que han padecido la inmensa mayoría de las personas en una u otra parte de nuestra geografía.

Son las 9 horas de una mañana, un día y una ciudad cualquiera. En clase de Matemáticas el profesor inicia el monólogo con aquello de: ¡Hoy hay problemas! Veamos -comienza a escribir en la negrísima pizarra- .

> Si un tren sale de Madrid hacia Bilbao a las 7.32 horas, a 90 km/h, y otro tren sale de Bilbao hacia Madrid 3 minutos antes, y a la misma velocidad, teniendo en cuenta que el primero hace 183 paradas de 10 minutos y el otro no, ¿a qué hora se encontrarán?

La pizarra, ¿desde cuando está casi como único recurso didáctico en las clases? ¿Acaso cree alguien que actualmente puede hacerse una clase participativa explicando de espaldas al alumnado? Además, ¿no resulta maravillosamente inútil el tiempo que se dedique a un problema de este tipo? Es más grave aún. Como tampoco su solución es "trivial", hay una gran cantidad de estudiantes que analizando la relación "calidad/precio" -es decir, mucho esfuerzo para ningún resultado de interés- abandonan y ¡se nos hacen de "letras"! Ésta podría ser la historia de cualquier persona que, fracasando en Matemáticas, huye de las ciencias, en general.

(*) Profesor de la Universidad de Granada.

¿Recuerdan el conocido anuncio de la tónica en el que se decía que si aún no te gusta, es que no has insistido lo suficiente? Pues, en nuestro caso, no podemos achacarles falta de perseverancia ya que abandonan después de sufrir con las Matemáticas durante, al menos, 10 cursos.

Es claro que hemos estado dedicando mucho tiempo a enseñar destrezas de supervivencia escolar , pero no a hacer matemáticas de verdad . Por esta razón reivindico en estos momentos el sentido clásico del término Mathema: una herramienta para comprender e interpretar el mundo, la sociedad .... en definitiva una herramienta imprescindible en la formación de las personas.

¿Qué podemos analizar hoy en nuestro mundo?

¿Cuál sería la necesaria transposición didáctica de las soluciones encontradas a los problemas investigados?

¿Qué puede ser hoy Mathema?

En aquellos siglos pasados era un logro importante inventar una figura -modelo totalmente abstracto-, que permitiera representar planetas -por ejemplo, mediante una esfera- o lugares geométricos para dibujar las órbitas seguidas por aquellos -por ejemplo, con las cónicas- y así poder entender porqué detrás de un día venía una noche, y porqué se producían determinados ciclos. Con aquella herramienta empezaron a "echar cálculos", en el sentido primitivo de la palabra, y calcular tiempos y distancias, áreas y volúmenes, etc. Mas, todo ello, tenía la finalidad de mejorar la vida de las personas y el desarrollo de la inteligencia humana. Pero ... el tren de nuestro ejemplo pretende cosas bien distintas. Por tanto, creo que hemos de preguntarnos:

¿Qué aspectos, y cómo, hay que abordar desde las Matemáticas para la Educación a las puertas del siglo XXI?

Sería interesante retomar concepciones de aquella matemática griega que se "veía" con su Geometría y también se "oía" con la Música construida desde el estudio de proporciones geométricas también desarrollado por ellos . Este descubrimiento les resultó tan fascinante que quisieron verlo unido en la armonía del Universo y, para ello, crearon términos como ***Música de las Esferas***, hecho que fue ampliamente estudiado por los pitagóricos, para describir la belleza del modelo celeste desde la proporcionalidad que, según ellos, existía entre las distancia de unos astros respecto de otros y que coincidía con las proporciones de la escala musical. Curiosamente, ese término vuelve a ser utilizado en la actualidad por **Jhon Robinson**, escultor australiano dedicado a la escultura geométrica, quien ha asignado dicho nombre a una de sus obras (ver foto “Toro de torsión”), y que además esta figura enlaza con la cultura andalusí ya que su sección transversal es una "pajarita", uno de los alicatado que decoran las paredes de ese calidoscopio de color que se llama ***Alhambra.***

Toro de Torsión

Como vemos, hoy pueden buscarse situaciones con una raíz cultural de entonces. Lógicamente, se siguen hablando de las mismas cosas con distintos enfoques y perspectivas. En este caso, desde el mundo del Arte se evoca aquél conocimiento desde el uso de unas formas que han evolucionado en el tiempo hasta convertirse en un objeto matemático actual: una superficie tórica. ¿Podemos indagar en la Historia de las Matemáticas, como estrategia educativa, desde hechos de rabiosa actualidad que expliquen aspectos de nuestra sociedad? Es más, con nuestras Matemáticas, las que hemos desarrollado hasta hoy, ¿podríamos actuar por analogía y reproducir una situación equivalente? Por ejemplo, la geometría euclídea -con la que se interpretó y reprodujo la belleza del Mundo- ha dado paso a otras geometrías como la fractal que modeliza mejor que ninguna otra la Naturaleza. ¿Cómo puede verse y oírse esta nueva geometría? El músico canario Gustavo Díez pone a disposición de cualquier persona en su página web un editor de música fractal - llamado fractalmuss- creado por él mismo. La música se obtiene en base a algoritmos -que son la base de la geometría fractal- obtenidos mediante cálculos realizados con un ordenador. Para componer esa geometría no nos sirven la escuadra y el compás euclídeos, es necesario recurrir a escuadras y compases modernos como son los ordenadores electrónicos.

(Aquí se presentan una serie de experiencias y diapositivas reforzando la idea de la geometría que se puede ver y oir. Dice Rafael que con sus alumnos de Arquitectura , han llegado a hacer que esa música fractal no sólo se oiga sino que también se vea. En la experiencia se trabaja con una música seriada -a diferencia de la música tonal- , se elige el algoritmo 3n+1, tomando un valor inicial de n aparece, sustituyendo, un primer elemento, que puede ser un número par o impar, si es par se divide por dos, obteniendo así un segundo elemento de la serie, si es par se vuelve a dividir por dos , cuando sea impar le aplicamos el algoritmo 3n+1, la convergencia a 1 es una conjetura que se puede probar (¿) , hay números que dan series larguísimas como el 27, otros dan series cortas, por ejemplo el 7 , para este último número la serie obtenida es 7,22, 11,34, 17, 52, 26, 13, 40, 20,10, 5, 16, 8, 4, 2 y 1, resulta que eligiendo esos parámetros, tenemos una seriación de tiempos, y eligiendo convenientemente las notas producen armonía.

De igual modo que con otras series numéricas más conocidas, como la de Fibonacci,- como ya sabemos- podemos construir series de rectángulos que se han utilizado en la Arquitectura a lo largo de la Historia, también con las series de estas melodías podemos construir series de rectángulos con los que crear espacios arquitectónicos. Cada pieza que interviene, sea piano, violín, flauta, etc forman una serie, y la armonía de la composición crea un espacio arquitectónico, simplemente ensamblando esa serie de rectángulos.)

Sigamos analizando nuestro Mundo. Para ello, hoy día disponemos de tecnologías que han servido para desarrollar con éxito diferentes investigaciones. Unas veces los resultados son fáciles de analizar desde las Matemáticas, otras no.

Por ejemplo, para entender mejor nuestro planeta Tierra no está mal saber todo lo que ya sabían los clásicos (que no era poco), pero también hay que estar al día con los nuevos descubrimientos cosa que podemos hacer leyendo los periódicos.

Así, en una noticia publicada en abril de éste año en el periódico IDEAL de Granada se dice que : *de acuerdo a los últimos cálculos, la Tierra pesa 8.000 billones de toneladas métricas menos de lo que los libros reflejaban hasta ahora.*

Rafael Pérez al inicio de su conferencia

¿No parece una cifra exagerada?, ¿cuánto dicen los libros que realmente pesaba?, ¿cómo se hace el cálculo?, ¿qué estrategia seguir para asimilar la representación numérica de cantidades tan grandes?, ... Desde luego, siempre hay realizar un análisis critico de todas y cada una de las noticias que se publican, pero como profesores de Matemáticas no podemos dejar pasar situaciones como esta para introducir el estudio del Mundo en nuestras clases. El ver cómo evoluciona nuestro planeta, puede ser objeto de estudio interesante.

Pero la Tierra forma parte de otro mundo mucho mayor que se llama Universo. ¿Cómo modelizar el Universo? ¿Puede hacerse desde el conocimiento matemático actual? En un libro recientemente aparecido (Fotografiando las Matemáticas, Ed. Carrogio) el Profesor Alfonso Romero Sarabia, de la Universidad de Granada, explica que tiene la forma de una patata frita ondulada (que, entre otras cosas, pone de manifiesto la afirmación actual de que es plano). Pero si nos preguntamos acerca de su origen, ¿quién no ha oído hablar del *big-ban*? ¿Puede explicar el *big-ban* desde un modelo matemático? La respuesta es afirmativa. **Freedman** explica que el Universo es una hiperesfera de tipo S4. Como toda superficie, se puede mallar o teselar (¡resulta que estudiar en niveles elementales cómo pueden hacerse mosaicos planos, como los de la Alhambra, sirve para algo!). La manera de teselar se puede ver fácilmente en un modelo de esfera corriente, del tipo S2, que presenta 2 polos. El número de polos de una superficie viene dado por la característica de **Euler-Poincaré** de dicha superficie. Una esfera S2 tiene como característica 2, una esfera de tipo S3 tiene característica 0, una esfera de tipo S4 vuelve a tener por característica 2. Por lo tanto, una hiperfera como la que plantea Freedman para el punto inicial del Universo, tendría necesariamente dos polos, un polo será el *big-ban* y el otro el ¿*antibig-ban*?

Si tenemos modelos matemáticos para interpretar espacios infinitamente grandes como el Universo, ¿disponemos de modelos matemáticos para interpretar las cosas muy pequeñas? La tecnología ha permitido crear una herramienta para ver lo que el ojo humano no puede distinguir: el microscopio. De ésta manera podemos seguir trabajando con formas geométricas que hace pocos años no estaban al alcance de nuestra vista. Por ejemplo, la estructura atómica de las sustancias. A veces, como en el *Atomium* de Bruxelas, la Arquitectura se encarga de hacer un homenaje al descubrimiento científico es el modelo atómico asociado a un sal sódica, basado en la estructura cúbica. O con los llamados fullerenos, en honor al arquitecto canadiense Fuller, que realizó la primera cúpula geodésica para la Exposición Universal de Montreal, y que se basa en la estructura molecular del carbono. ¿Pueden construirse estructuras simplificadas tipo "fullereno" o "atomium" en clase de Matemáticas? ¿Daríamos mayor credibilidad a las Matemáticas explicando cómo son utilizadas por diferentes profesionales de nuestra sociedad? Estoy convencido de que la respuesta es afirmativa. Desde una estructura tipo "atomium" podemos llegar fácilmente al estudio de poliedros con los que explicar la arquitectura de un panal de abejas. Desde el del icosaedro, a la construcción de "fullerenos" sencillos. Como ejercicio interesante propongo el siguiente problema :

"Tomar tres rectángulos aúreos, colocarlos de tal manera que tengamos un triedro trirrectángulo. Como cada rectángulo tiene 4 vértices, el número total de vértices serán 12, que coinciden con los 12 vértices de un icosaedro, además el lado menor de cada rectángulo serán las aristas el icosaedro.

A partir de la situación anterior se pueden asociar coordenadas a los vértices usando el número de oro, calcular el radio de la esfera circunscrita así como las distancias entre los vértices del icosaedro y los puntos sobre la esfera que resultan de proyectar los centro de las caras sobre ella. De este modo, se obtienen 20 vértices más sobre la esfera. Siguiendo este procedimiento, se consigue un poliedro, no regular, que va tomando la forma de una esfera: un fullereno".

Los problemas que las Matemáticas han abordado han tenido distintas soluciones a lo largo de la Historia. Si bien es cierto que las soluciones han sido cada vez "más finas", no lo es menos que han dependido mucho de las herramientas que la tecnología ha suministrado. En la actualidad, disponemos del ordenador -llamado por algunos "macroscopio"-. Es una herramienta esencial y fantástica para investigar en Matemáticas. Ya hemos hablado antes algo sobre Geometría Fractal.

Desde luego la geometría de **Euclides** permite hacer fantásticos edificios, pero con la geometría euclidea no se puede "construir" un árbol, o dibujar una línea natural, pongamos por caso. Nos faltaba la herramienta adecuada para hacer el modelo. Una vez desarrollada, la sociedad la utiliza para explicar la evolución de poblaciones, predecir el tiempo, ... y, como siempre, para homenaje de sus descubridores la Arquitectura crea espacio de gran belleza con ella. Un ejemplo impresionante de lo que digo se encuentra en el Jardín Botánico de Barcelona. Se han marcado las líneas naturales del terreno sobre el que se ha construido a partir del análisis por ordenador del mismo. Es, por tanto, una realidad de esa geometría fractal. Pero, resulta que esta geometría no sólo puede verse y oírse como ya hemos puesto de manifiesto, sino que también puede leerse. El Premio Nobel de Literatura **D. José Saramago** en el su libro " Todos los Nombres"(1997) describe en el capítulo titulado El Cementerio General, el siguiente texto:

" Un cementerio que observado desde el aire, ... parece un árbol tumbado, enorme, con un tronco corto y grueso, constituido por el núcleo central de sepulturas, de donde arrancan cuatro poderosas ramas, contiguas en su nacimiento pero que después, en bifurcaciones sucesivas se extienden hasta perderse de vista, formando ... una frondosa copa en la que la vida y la muerte se confunden".

El conservador del cementerio tiene la tarea de ordenar n elementos formando un recinto con geometría euclídea. Cuando los elementos se le suministran lentamente, dispone de tiempo para ordenarlos. A medida que la velocidad del suministro aumenta, el trabajo se complica y llegará a sobrepasarle. Los elementos se irán colocando en la posición donde llegan y modelarán una estructura que escapa a la organización del conservador. Resulta que lo que está describiendo Saramago no es ni más ni menos que una dendrita, forma natural que puede modelizarse con una figura fractal.

Hasta aquí, he hecho especial hincapié en analizar con las Matemáticas de hoy los problemas de siempre relativos a la comprensión del Mundo físico y natural. Volviendo al mundo que nos rodea, hay un sin fin de aplicaciones de las Matemáticas que facilitan el trabajo diario de miles de personas. Dígitos de control para las cuentas de ahorro construidos mediante algoritmos aritméticos elementales; tarjetas de crédito basadas en rectángulos áureos (objetos construidos desde una estética de las proporciones basada en el número de oro, estética que asume el ojo humano de forma inconsciente, y, por tanto, difícilmente rechazables) al igual que hicieran pintores actuales como **Salvador Dalí** o, en el Barroco, **Velázquez**; electrodomésticos inteligentes -como pueden ser las lavadoras actuales- basados en lógica Fucssy; firmas electrónicas suministradas por la Fábrica Nacional de Moneda y Timbre a través de su página web (www.fnmt.es) que se basan en el uso de números primos (sistemas de clave pública, RSA)[(1)]; etc.

Se presentan diapositivas mediante las cuales pueden verse los hechos antes dichos (libretas de ahorro, tarjetas de crédito, publicidad de lavadoras, cuadros de Dalí y de Velazquez).

Creo que explicando éstas, y otras, claves propias de nuestro tiempo, volveríamos al espíritu de **Mathema.** Ayudaríamos a la formación de futuros ciudadanos y ciudadanas de nuestro tiempo. Y, sobre todo, el profesorado de Matemáticas ganaría en autoestima y reconocimiento social.

Estamos en la llamada **Tercera Cultura,** en la que el aprendizaje de las Matemáticas se hace imprescindible para el desarrollo integral de la persona. Por tanto, si fue siempre importante la labor del profesorado de Matemáticas, ahora lo es más que nunca.

En la actualidad, caminamos hacia una cultura global, la tercera cultura, un puente entre la primera y segunda culturas[(2)], en la que no cabe la diferenciación entre ciencias y letras.

"Ya no se puede ser culto sólo desde las Humanidades, las Letras y las Artes, o desde el conocimiento científico enciclopédico. La realidad es compleja y exige ser analizada desde un conocimiento caleidoscópico o multidisciplinar."

Una persona culta, es aquella persona integrada en la sociedad, con capacidad de crítica, con capacidad de análisis "fino", con libertad para decidir, con capacidad para moverse en el mundo tan complejo que nos ha tocado vivir, no sólo que el que ha leído a tal o cual libro o estudiado un determinado estilo artístico, etc.

*La emergencia de **la tercera cultura** es una nueva filosofía natural, fundada en la comprensión de la importancia de la complejidad, de la evolución (**John Brockman**). Una característica de los nuevos intelectuales consiste en pensar que si uno no puede hablar en términos generales sobre temas científicos igual que sobre los no científicos, entonces no puede considerarse una persona civilizada (**Steve Jones**). Un intelectual de la tercera cultura es un sintetizador, un comunicador.*

Una de las razones del desarrollo de esta cultura está motivada por la convergencia de tres tecnologías: la audiovisual, la de las telecomunicaciones y la informática. Esto ha propiciado un acceso a la información vertiginoso, la difusión de noticias en tiempo casi real y la divulgación basada en imágenes atractivas. La ciencia es lo único noticiable, dice **Stewart Brand**, ya que cuando leemos un periódico o revista todos los contenidos son previsibles en general; la naturaleza humana no cambia demasiado, la ciencia sí. Desde este punto de vista, entre las personas, que reciben gran cantidad de información y que les afecta directamente.

En la Tercera Cultura, obviamente, existe una gran separación entre los que se desenvuelven bien con las Matemáticas y los que no. (Martín Rees)

Hago esta reflexión porque creo que ***la institución escolar es la designada por la sociedad para que en ella se aprendan cuantas claves sean necesarias de modo que se haga posible la incorporación de las personas a ella en la categoría de ciudadano o ciudadana.*** Es decir, no educamos en el conocimiento de una ciencia tan antigua como la Humanidad, las Matemáticas. Educamos en las claves que la sociedad utiliza y que son interpretadas o forman parte de destrezas que han de ser desarrolladas desde las Matemáticas. **Educamos en valores necesarios para que la convivencia entre semejantes transcurra en paz y progreso, general e individual, educamos para que las personas se desarrollen con dignidad dentro de una sociedad.**

A éste respecto, un periodista le preguntó al ilustre educador matemático holandés **Freudenthal:**

- ¿Qué matemáticas cree usted que son imprescindibles para cualquier persona?

- La respuesta fue la siguiente: “Hay que enseñarle todas las matemáticas que sean necesarias para que pueda vivir con dignidad como persona”.

¿Qué hay de esta visión cultural de la sociedad en la institución escolar o académica? Prácticamente, nada. Colegios, institutos y universidades viven casi de espaldas a esta realidad. Seguimos modelos de tiempos pasados aplicados a un alumnado de hoy. Seguimos haciéndoles leer a los clásicos cuando todos hemos aprendido de su lectura en nuestra madurez. Seguimos transmitiéndoles un conocimiento tan pulido como falto de realidad. Seguimos hablando de espaldas a la clase, desde la pizarra, en monólogos interminables.

2. LA ACTUACIÓN EN EL AULA DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICAS HOY

En lo que nos toca, como profesores o profesoras de matemáticas, hemos de armarnos de nuevas estrategias y deshacernos de otras. Lo de llenar pizarras enteras de tiza ya no puede ser. Realmente, no se trata de enseñar muchisimas Matemáticas, sino de que chicos y chicas aprendan desde las Matemáticas las diferentes claves que nuestra sociedad, su sociedad, utiliza.

Para ello, además de elegir convenientemente las actividades, hay que adoptar nuevos estilos para trabajar en el aula. Quizá que lo primero sea adoptar un punto de vista como el que sugiere el gran matemático inglés **G.H. Hardy:**

Quienes nos dedicamos a la Educación Matemática,como quienes lo hacen a la pintura o poesía, somos constructores de diseños.. Los diseños para la clase de Matemáticas, como en pintura o poesía han de ser bellos; las ideas, como los colores o las palabras, deben relacionarse de manera armoniosa. La belleza es la primera prueba n o hay lugar permanente en el mundo para una clase de Matemáticas feas.

"Apología de un matemático" .G.H. Hardy . Ed. Nivola.(2.000)

Hay que dar entrada en nuestras aulas a pizarras llenas de color, llenas de vida, llenas de interés. ¡fuera las pizarras negras! !fuera los problemas sin interés!

- En nuestra faceta de comunicadores, hemos de aprender de personas que están dedicando su vida a **COMUNICAR,** a establecer puentes de comunicación entre los demás. Investiguemos en cineastas, artistas, literatos, ... en personas que continuamente están provocando comunicación, y aprendamos algo de ellos. Como anécdota, no está mal seguir los consejos del cineasta americano W. Wilder para comunicar:

> *"Los ocho primeros mandamientos son:* ***no aburrirás al prójimo****. El noveno:* ***no sermonearás****, y el décimo: nunca harás una película (un libro) en la (el) que tengas un procentaje de los beneficios, porque nunca ganarás un duro.*
> *Si se recuerdan estos diez mandamientos es imposible equivocarse".*
>
> ***W. Wilder***

- Tenemos que **SEDUCIR** y podemos seducir desde las Matemáticas. Desde los intereses de los chicos y las chicas por ciertas cosas podemos seducirlos. Las nuevas tecnologías, videos, TV, etc., nos pueden ayudar a la introducción de determinados temas que de otra forma no tienen cabida en el aula.

- Hay que introducir elementos desde **LA VIDA COTIDIANA**. Por ejemplo, todo el mundo habla de móviles, de antenas parabólicas y, para nuestros estudiantes las parábolas se reducen al estudio de la función del tipo $y = x^2$.

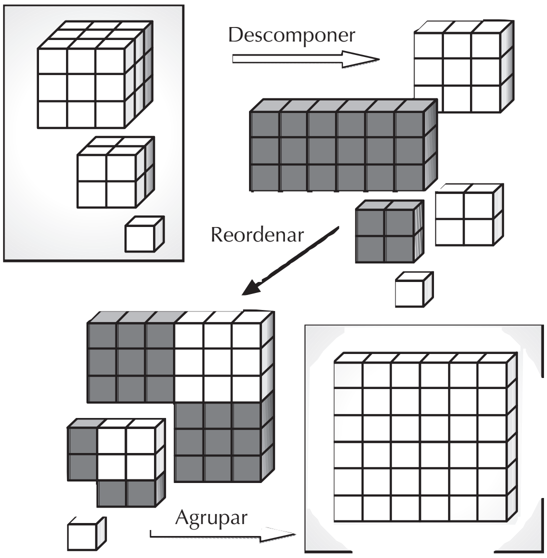
- Hay que buscar **LA COMPLICIDAD** con en el que aprende.

Si hacemos una excursión solos, evidentemente, nosotros disfrutamos pero los demás no. La excursión hay que hacerla de la mano de todos los que están en el aula, y hay que buscar su complicidad. La complicidad se busca, casi siempre, en relación a los intereses de los alumnos y alumnas: estudio de loterías, probabilidad de aciertos, etc.

- Procurar que **EL INTERÉS** no decaiga. **LA SORPRESA** debe ser una exigencia. El alumnado debe estar pendiente de nosotros constantemente. ¿Qué nos sacará hoy éste de la chistera?, ¿cuál será su siguiente sorpresa?, deben ser preguntas que nuestros estudiantes deben hacerse constantemente.
- Trabajar la **VISUALIZACIÓN**. Estamos en un mundo eminentemente audiovisual, no se puede ir contra corriente de manera continuada, por tanto aprovechemos esta tendencia, hagamos actividades de visualización.Hay un libro muy recomendable, de Roger Nielsen, que se llama "Demostraciones sin palabras", está el fondo bibliográfico de la AMS, hay demostraciones tan bonitas como las siguientes :

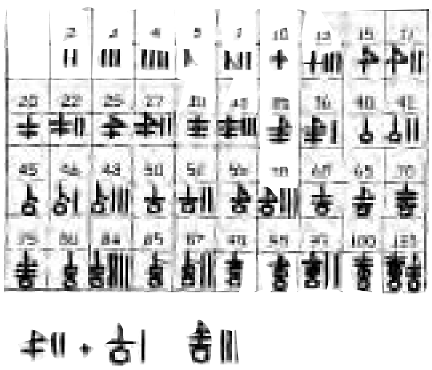
$$\mathbf{1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + n^3 = (1+2+3+\ldots\ n)^2}$$

Los siguientes dibujos son suficientemente ilustrativos



¿ Puede considerarse lo anterior como una demostración? Algunas personas pensarán: Si ya lo veo, no hace falta más.

- También hay que introducir **ELEMENTOS PRÓXIMOS** a quien aprende. Estas situaciones pueden ser motivadoras para estudiar con más interés. Hay elementos sencillos de **Etnomatemáticas** que claramente podemos incorporar en nuestras clases. Otros son más complicados. Hemos de elegir en cada momento y en cada nivel cómo y qué contenidos presentamos a nuestros alumnos y alumnas.



Numeración de los molineros del Valle de Arratia

- Desde luego no hay que olvidarnos del corazón de las Matemáticas: **LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**. Creo que debe ser el motor de la actividad en cualquier aula. Hay que resolver problemas en todos los niveles, no sólo ejercicios. Problemas interesantes, sugerentes y apropiados. Un ejemplo de lo que digo lo podemos tener en el conocido problema de los isoperímetros (ver referencia de dicho problema en la revista SUMA). Hay que tener presente que las Matemáticas han avanzado resolviendo problemas.
- Introducir **LAS NUEVAS TECNOLOGÍAS** en el aula. Ya se ha dicho que muchos problemas se han resuelto en función de las herramientas disponibles. Cuando la herramienta no ha dado de sí, ha habido que crear una nueva teoría para saltarse la herramienta. Con nuevas herramientas se pueden retomar viejas teorías. Un ejemplo muy interesante es el de **Geometría hiperbólica**, sobre ésta geometría se ha escrito mucho y muy bien, pero llegó un momento en el que se para, porque no existe una regla y un compás adecuados a tal geometría; sin embargo con los ordenadores y paquetes gráficos adecuados se vuelve a retomar dicha geometría.
- Estar muy atentos a las corrientes **DIDÁCTICAS** relativas a la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. Por ejemplo, son muy interesantes las tesis didácticas del matrimonio **Van Hiele** desde las que se ha creado una metodología para trabajar en el aula, fundamentalmente sobre temas geométricos. Los trabajos en varias tesis sobre didáctica de las Matemáticas, publicadas últimamente, demuestran que los conocimientos de matemáticas están muy unidos a los conocimientos previos de cada cual. La educación, desde este punto de vista, se basa en pasar del nivel "n", en el que se encuentra una persona frente una actividad, al siguiente, el "n+1". Hay que conocer las técnicas para que se produzca el aprendizaje. Simplificando mucho, en la teoría de Van Hiele, hay unos niveles (5) dónde cada persona se encuentra frente a cualquier situación de conocimiento matemático. El asunto es llevar a la persona que se pone en situación de aprender de un nivel al siguiente, **hay un diagnóstico** para determinar el nivel, posteriormente una **orientación dirigida**, una **explicitación**, una **orientación libre** y una **integración**.
- No hay que olvidar la **CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO**. Procurar que cada persona vaya descubriendo aquello que quiero que aprenda, es una tendencia innegable de que el conocimiento para que se aprenda hay que construirlo.

Construir el conocimiento es la consigna actual que se desprende de las modernas teorías sobre enseñanza y aprendizaje. Ante esta visión de la educación desde las Matemáticas, la lección magistral está malherida. Y no es sólo porque los tiempos que corren no son propicios a púlpitos o a sillones de cátedra, que no lo son, sino porque en la clase-relato se presenta el conocimiento como si al final de cada sesión debiera estar la narración lista para ser revisada por la Academia. La aventura se oculta y el pensamiento queda maniatado. ***No a la comunicación de las Matemáticas al alumnado mediante la enseñanza paso a paso que evita razonamientos equivocados, incertidumbres y conflictos y, sobre todo, no procura aprendizajes significativos.***

Estamos muy lejos de interesar con nuestras explicaciones a un alumnado que no somos capaces de motivar, en general, por distar de sus intereses y necesidades.

3. PARA FINALIZAR

A estas alturas de mi discurso, ha debido quedar claro que pienso que enseñar es un oficio tan antiguo como difícil, tal vez despiadado. *"Pero lo mejor de nuestra enseñanza -y principal de los recursos didácticos- es, a fin de cuentas, l**a humanidad que haya en nosotros.** Si no ponemos en ella nada humano, nuestro papel es irrisorio"* **(W.Servais, Rennes 1976).**

NOTAS

(1) El sistema se basa en tener dos números primos -de más de cien dígitos-, multiplicarlos y el producto aunque es conocido, los ordenadores actuales no pueden hacer la descomposición en factores en un tiempo razonable para "piratear" el mensaje u usarlo. Para la descodificación del mensaje se utiliza la función de Euler. Resulta curioso observar cómo aquellos teoremas que en su momento era sólo un "juego" matemático sin aplicación alguna, siglos después han sido retomados y sirven para hacer firmas digitales con las que proteger las comunicaciones electrónicas.

(2) El humanismo, actitud que hace hincapié en la dignidad y el valor de la persona, dio paso a la llamada primera cultura, predominante desde el Renacimiento. Uno de sus principios básicos es que las personas son seres racionales que poseen en sí mismas capacidad para hallar la verdad y practicar el bien. El término humanismo se usa con gran frecuencia para describir el movimiento literario y cultural que se extendió por Europa durante los siglos XIV y XV. Este renacimiento de los estudios griego y romanos subrayaba el valos que tiene lo clásico por sí mismo.
La segunda cultura, desarrollada y mimada desde el llamado Siglo de las luces o Ilustración, terminó utilizado para describir las tendencias en el pensamiento y la literatura en Europa y en toda América durante el siglo XVIII previas a la Revolución Francesa. La frase fue empleada con mucha frecuencia por los propios escritores de este periodo, convencidos de que emergían de siglos de oscuridad e ignorancia a una nueva edad iluminada por la razón, la ciencia y el respeto a la Humanidad.