

GEOMETRIA PARA CIUDADANOS TRIDIMENSIONALES

D. Claudi ALSINA (*)

Esta es la conferencia impartida por el Profesor D. Claudi Alsina en Bilbao el día 16 de Diciembre de 2.000. El texto que aquí se presenta es una transcripción de dicha conferencia y se ha realizado en base a la grabación realizada por una cinta de audio.

La conferencia tiene cuatro apartados.

- I. Enrique en Planilandia**
- II. El Síndrome de la Planitud**
- III. La Cultura Espacial**
- IV. Tres Dimensiones o más**

I. ENRIQUE EN PLANILANDIA

Esta es la triste historia de Enrique, un niño tridimensional y hermoso, que habiendo nacido en el planeta Tierra, llegó a ser un habitante emblemático de Planilandia.

Enrique vivió unos primeros años de vida, donde progresivamente vigilado y querido por sus padres, fue descubriendo un mundo maravilloso que iba a ser el suyo.

Enrique fue siempre muy vital, primero descubriendo sus manos, sus brazos, sus pies, sus piernas, su cuerpo, y luego adquiriendo una agilidad creciente. Gracias a ella, tras pertinaz entreno Enrique, logró una enorme facilidad de gateo, con lo cual logró realizar enormes recorridos por su casa, descubriendo lugares insólitos bajo ciertos muebles y escondites que ponían a prueba las capacidades guturales de sus papás.

La primera ley de la naturaleza que Enrique descubrió empíricamente fue que la velocidad de gateo era directamente proporcional a los choques dolorosos de su cabeza contra afilados bordes de muebles, sintiéndose más seguro con su chichonera en la frente; pronto Enrique pasó de arrastrarse a intentar sus primeras proezas en 3D, primero agarrándose a barrotes de las camas propias de la época, luego ayudado por sus papás y abuelitos, y finalmente, con mucho tesón y no pocos desplomes empezó a andar de forma precipitada pero segura.

Aparecieron entonces nuevos escondites: las escaleras, escalofriantes ventanas,...Lo que obligó a que sus papás dejaran de ser acompañantes enfermeros para convertirse en guardias de seguridad.

Enrique, al andar ya con confianza, empezó a descubrir todo tipo de direcciones: arriba, abajo, en frente, detrás; y a experimentar todo tipo de transformaciones: abrir, cerrar, bailar, mirarse en el espejo, y acudiendo todos los días a un estupendo jardín de infancia aún tuvo ocasión de acumular más y más experiencias en éste mundo encantador y tridimensional que lo rodeaba.

(*) Profesor de Matemáticas de la Politécnica de Barcelona.

Pero el día que Enrique entró en su escuela primaria las cosas empezaron a cambiar dramáticamente: los divertidos rincones pasaron a ser mesas y sillas, los juegos pasaron a ser lápices y papeles y todos sus éxitos de movimiento pasaron a ser largas horas de pupitre obligatorio. Antes, aquellos bonitos aplausos recibidos tras sus gracias tridimensionales eran acompañadas de elogios: ¡Que bien que anda mi niño!, ¡Muévete, muévete!. Pero ahora surgieron terribles reprimendas: ¡No se levante! ¡Es que no puede estar quieto! ¡Este niño es un revoltoso!. Fue así como Enrique fue descubriendo que la escuela estaba dedicada a desarrollar una extraña bidimensionalidad bicolor : **escribir en negro en hojas blancas y escribir en blanco sobre pizarras negras**, moverse era ahora una asignatura de educación física evaluable y cronometrada; por si esto fuera poco, al llegar a casa la T.V. y el ordenador le ofrecían imágenes dinámicas pero absolutamente metidas en pantallas planas.

El día que a Enrique le explicaron que haría geometría fue un gran momento, Geometría era la parte de las Matemáticas que estudiaba las figuras y el espacio. Esta definición le creó expectativas, pero poco a poco fue viendo que el espacio prometido era plano, Enrique no se dejaba llevar por el pesimismo, y a menudo preguntaba a cada maestra:

-¿Y el espacio?, ¿cuándo estudiaremos el espacio?

Pregunta que normalmente tenía la siguiente respuesta:

- ¡Uf el espacio, ... no creo que tengamos tiempo!.

A lo que Enrique replicaba:

- " Pero señorita, yo no pregunto por el tiempo sino por la tercera dimensión".

Y el diálogo acababa siempre con la famosa frase de la maestra:

- " Esto lo verán cuando sean mayores, primero deben conocer el plano"

A lo que Enrique añadía:

- "¿ Acaso la tercera dimensión tiene que ver con la sexualidad?"

Pregunta que nunca gustó a las señoritas y a la que replicaban con rotundidad:

- ¡No!., ¡El espacio no tiene que ver con el sexo!.

Y esto a Enrique le creó enormes confusiones mentales, pues durante muchos años creyó que el sexo era algo del plano.

El paso de primaria a secundaria, no supuso para Enrique ningún progreso espacial sino al contrario, pues cada vez en lugar de ir profundizando iban aplanándose más y más, pero un día hacia finales de secundaria ocurrió algo prometedor, el profesor anunció a bombo y platillo: ¡Hoy trabajaremos el espacio!.

Y Enrique no pudo controlarse y se levantó bailando en el aula, lo que le acarreó una seria advertencia, fue entonces cuando apareció la siguiente decepción de Enrique: El espacio - apunten bien - es R^3 , o sea, el producto cartesiano ternario de la recta real consigo misma.

No pudo reprimirse.

Enrique gritó. "¡No puede ser!. "El espacio es esto, señalando a la clase, el espacio es la escuela, y las calles y las montañas y el cielo."

- "Venga, Enrique," le susurró su compañero de pupitre, " tú apunta lo de R^3 y no discutas."

- "Compórtese Enrique"- inquirió el profesor-" usted se refiere al espacio vulgar pero aquí conocerán el verdadero espacio matemático"

A Enrique le cayeron diversas lágrimas, sus espacios, sus bellos parajes terrenales, nada tenían que ver con aquellos garabatos ordenados : paréntesis , X, Y, Z, paréntesis. Arriesgando mucho Enrique preguntó de nuevo:

- "¿Profesor no exploraremos muchas cosas del espacio?"

- "Claro que sí Enrique, mañana calcularemos el producto escalar entre Vectores"

Y el tiempo pasó, y Enrique como buen estudiante se concentró obediente en el cálculo para vectores siempre situados en la libreta o en la pizarra , nunca los vectores \mathbb{R}^3 estaban fuera de \mathbb{R}^2 , y fue brillante y decidió estudiar matemáticas con la esperanza de que ahora sí conocería de verdad el espacio.

Matriculado en cuantos cursos de geometría pudo elegir, Enrique fue descubriendo que \mathbb{R}^3 es una caso particular de \mathbb{R}^n . Que \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 eran lugares patológicos y que \mathbb{R}^{12} era de lo más normal y así de curso en curso , por sus libretas y sus pizarras desfilaron tantos espacios como catedráticos.

Enrique se convirtió en un consumidor de espacios afines, euclideos, proyectivos, topológicos y descubrió que en aquella Facultad, salvo el laboratorio de computación con pantallas planas , no tenían ningún otro laboratorio, y pudo ver como el catedrático de topología no sabía realizar el lazo de sus zapatos, y el de proyectiva no sabía orientarse con un mapa, quizás fue esta la razón, por la cual, según cuentas las crónicas de aquel lugar: el día que Enrique se graduó, y le entregaron su diploma plano, Enrique salió del lugar gateando con manos y rodillas como cuando era niño, parece ser que nunca más dejó de gatear en sus horas libres, y sólo se puso de pie para impartir sus clases de matemáticas sobre \mathbb{R}^3 .

II. EL SÍNDROME DE LA PLANITUD

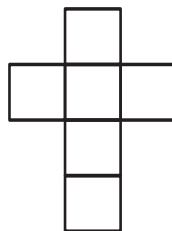
El llamado síndrome de la planitud es epidémico, ha ido creciendo. Guttenberg y otras personas han contribuido a que este síndrome tenga enormes efectos en la totalidad de la población. El Carácter epidémico y exponencial reciente del fenómeno exige seguramente alguna actuación.

¿Tienen Uds. El síndrome de la Planitud?

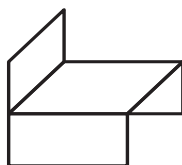
Afortunadamente hay un test.

Asignen verdad o falso a las siguientes afirmaciones:

- No pueden explicar nada del espacio si no saben todo lo del plano.**
- Las figuras más interesantes del espacio, son los poliedros.**
- Explicando en \mathbb{R}^n , ya enseñó, a la vez, el caso $n=2$ y $n=3$.**
- Hay más pintores que escultores, luego el plano es más creativo.**
- Si a mí me enseñaron el plano, por algo será.**
- Qué figuras espaciales sabría montar con el desarrollo plano de un cubo en forma de cruz.**



El test lo pueden realizar mentalmente, si asignaron cinco veces verdad, son irrecuperables, si asignaron cinco veces falso: no hay problema. En situaciones intermedias se puede intentar salir del apuro. Por lo que afecta al test propuesto es sintomático que la mayoría de los profesores (respecto a el apartado f) , monta un cubo, sin embargo se puede montar una silla para vacaciones, la mayoría de las personas así lo hace.



¿Qué hacer con las personas que tienen este síndrome?. La mayoría de las personas que tienen este síndrome, se refugian en él, y llegan a escoger oficios que les permiten estar utilizando el plano: periodistas, escritores, etc..

Hay personas que necesitan un periódico o algo similar que les reconforte en el síndrome de la Planitud para esconderse, y optan por mantener su tridimensionalidad en un sentido totalmente estático, afortunadamente la técnica progresa, y para ayudarles surge la ortopedia espacial, por ejemplo: abanicos para no moverse y poderse abanicar.

Sin perder la verticalidad , La cuestión es mantener la verticalidad.

"De acuerdo con los datos internacionales hay buenas oportunidades de aprendizaje en aritmética, álgebra, y en medida, pero no en geometría, estadística y probabilidades".

Además en geometría parece no haber relación entre oportunidad de aprender y resultados alcanzados, parece que en muchos países están confundidos sobre los contenidos y métodos de enseñanza en geometría, por tanto el problema es internacional.

"En un estudio realizado este año 2.000, se preguntaba a los alumnos que estimaran el volumen de una piscina olímpica, el margen permitido de error entre: 1.000 y 7500 m³. Entre las respuestas obtenidas el 18% Bien.

Resultados frecuentes: 6.000cm³, 100 litros , $(a \times b)^3$, y $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$ ¡Todo Vale!.

Estimar el volumen del cuerpo de un persona. Entre las respuestas obtenidas el 17% Bien. Resultados frecuentes : p.h.

Si se duplican las aristas de un cubo. ¿Qué le ocurre al volumen?.

No entienden la pregunta, algunos piensan en un número doble de aristas.

¿Qué se puede hacer ante este tema?. Veamos ahora las 2³ (8) principios para intentar dar una cultura espacial a los estudiantes.



D. Claudi Alsina y D^{na} Margarita Miñón al inicio de la Conferencia.

III. LA CULTURA ESPACIAL. ALGUNOS PRINCIPIOS:

(Nota : Cada uno de los principios aquí enunciados están suficientemente ejemplificados, sin embargo no es fácil reproducir en un formato escrito los ejemplos propuestos.)

- 1) **El pensamiento visual en tres dimensiones, clave en la cultura espacial, debe ser estimulado en todos los niveles.**
- 2) **El sentido común espacial debe ser cultivado, ya que no es un capacidad innata.**
- 3) **La cultura espacial requiere romper la cadena 1,2; 1,2,3, . Y superar dificultades técnicas para poder conocer el espacio de forma adecuada en cada nivel.**
- 4) **La cultura espacial, debe basarse en la realidad, explorando sus posibilidades y resolviendo problemas reales.**
- 5) **La cultura espacial se enriquece con el uso de diversas lenguas, tecnologías y modelos.**
- 6) **La cultura espacial debe favorecer conexiones entre aspectos ambientales, históricos, artísticos y fomentando la interdisciplinidad.**
- 7) **La cultura espacial permite promover el espíritu de la investigación en las clases de matemáticas.**
- 8) **La cultura espacial debe proveer a los futuros ciudadanos, instrumentos para desarrollar las habilidades espaciales y la creatividad.**

IV. TRES DIMENSIONES O MÁS (REFLEXIÓN FINAL):

Será del espacio y un poco más allá.

El espacio forma parte de nuestro objetivo como docentes, pero en el espacio hay otros temas, para mí esta es la última conferencia del año 2.000. Me gustaría compartir un mensaje que he llevado a muchos lugares. Es un mensaje, no solo del espacio, sino de nuestra propia profesión. Son unas palabras de un profesor recientemente jubilado y decía: "Hay algo que nunca explicamos a los futuros profesores, dice: explicamos trucos, explicaciones didácticas específicas de todo tipo, estamos contando con posibilidades formidables para enseñar mejor, y no les contamos otras cosas como las siguientes: Ustedes son figuras importantes en la vida de los chicos y las chicas, ustedes son figuras que serán recordadas, la gente se acordará esencialmente de ustedes, muchísimo más de lo que ustedes han enseñado. Los chicos y chicas son a veces crueles y difíciles, ustedes quieren a la gente y es el amor a ellos el que las mueve, pero no es el amor de sus padres, es otro tipo de amor, poca gente apreciará el tiempo y los esfuerzos que



Claudi Alsina en plena conferencia

dediquen a ésta profesión cansada y peligrosa. Ustedes han de cuidar también su salud física y mental, enseñar no es producir una reacción química, sino que es como crear un pintura, plantar un jardín o escribir una carta. Los avances más significativos de la humanidad han sido el resultado del trabajo de los maestros, **enseñar es un auto de fe en la promesa del futuro, enseñar es una manera de vivir** y ustedes son modelos y agentes del cambio"; y creo que estas palabras son muy bonitas.

Por encima de los temas, somos - los enseñantes - modelos de cambio, esto nos abre la gran dimensión de nuestro oficio y realmente el tema era dimensión 3, pero sin embargo estamos en la dimensión 6, éste es el gran secreto de la conferencia.

Señores y señoras, el espacio está muy bien, háganlo por favor, lleven objetos, hagan vivir en directo la dimensión 3, pero por encima de todo, deben darse cuenta de que el problema será siempre la dimensión 6. El largo, ancho y alto, no es suficiente. Somos personas que debemos acudir a clase con tres dimensiones más: **la confianza en la educación, el interés por los chicos y chicas, la pasión por las matemáticas**. El resultado final es que el futuro del siglo XXI se edifica sobre **la educación**; el resultado de estas seis componentes es un vector, y **el vector se llama Fuerza del cariño**.

