

ZERGATIK ETA NOLA IKERTZEN DA MATEMATIKAN? (*)

YVES MEYER

YVES MEYER matematikari frantsesa Pariseko Zientzia Akademiako kide da. Punta-puntako ikertzailea analisi matematikoan, goi-mailako hainbat zentrutan aritu da irakasle modura: Paris-Sud Unibertsitatean, École Polytechnique-n, Paris-Dauphine Unibertsitatean eta Cachan-go École Normale Supérieure-n; gainera, zenbait liburu eta artikulu ugari idatzi ditu, eta irakasle bisitari eta hizlari izan da munduan zehar.

Hurrengo testu autobiografikoa Madrilen eman zuen hitzaldi bati dagokio: 2001eko irailean, *Matematikarako Adimen Aurreratua Antzemateko eta Bultzatzeko Egitasmoa*-n parte hartu zuten neska-mutikoen aurrean emandakoari, hain zuzen. Entzuleak, beraz, 13-15 urte bitarteko ikasle hautatuak izan ziren. Meyer irakasleak bere ibilbide matematikoan landu dituen zenbait arlo agertzen dira testuan, bai teorikoak eta bai aplikatuak. Gaztelaniazko bertsioa *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española* aldizkarian argitaratu zen (vol. 5 (2002), nº 1, 57-61). Eskerrak ematen dizkiegu egileari eta aldizkariari euskaratuta ateratzeko baimenagatik.

1. MATEMATIKA, ERREBOLTAK ETA ASKATASUNAK (1952-1956)

Bost urte nituen Bigarren Mundu Gerla amaitu zenean, eta hamabost Aljeriako gerla piztean. Aljeriakoak zazpi urte iraun zuen.

Hamahiru urte inguru nituela hasi nintzen matematika maitatzen; Tunisian izan zen, bertan pasatu bainuen haurtzaroa.

Artean, Ipar Afrika frantses kolonia zen, baina orduko garaian hasi ziren Maroko, Tunisia eta Aljeria beren independentziaren aldeko borrokan. Gehienetan, errepresio basatiz erantzuten zien Frantziak nazionalisten eskariei, eta noizean behin bakarrik bideratzen zuen elkarriketa.

Ume errebolatua nintzen, eta neure baitan sentitzen nuen kolonialismoari eusteko argudioak gezur hutsak baino ez zirela. Jende heldu askok onartzen zituzten bidegabekeriak eta ezarritako ordena. Ez nien sinesten eta, orduan, erabaki nuen besteei entzunez ezin daitekeela egia aurkitu.

Egia neure aldetik aurkitzea bilakatu zitzaidan premiazkoa. Artean, ez nekien hori ezinezkoa dela matematikaren esparru mugatutik kanpo.

Hona uste onena:

Gaur egun problema bat zailegia egiten bazait ere, azkenean lortuko dut ebaztea, egiaenganako maitasun zintzo, zuhur eta gogotsu batek beti baitarama jakinduriara.

Geometriako problemek atsegin bikoitza eskaintzen zidaten. Lehendabizi, egiazta nezakeen, irudi eder bat eginez, marrartzuz, eraiki beharreko bederatzi puntuak zirkunferentzia baten gainean zeudela, iragarri bezala. Ondoren, frogatu egin behar zen hala gertatzen zela. Frogapen dotore bat asmatzeak sortzen zidan zorion intelektuala irudiaren edertasunak emandakoarekin nahasten zitzaidan.

Fisikako edo zientzia esperimentaletako jakintzari sineskeria baten antzekoa neritzon: ezin nuen neure kabuz kontrolatu eta egiaztatu irakasleak esaten zuena. Behin eta berriz erabiltzen zituen autoritatezko argudioak, eta nik gorrotatu egiten nituen. Esaten zuen, adibidez, Michelson-ek eta Morley-k halako esperimentua egin eta halako emaitza lortu zutela. Norberak ezin zezakeen esperimentua berregin, eta Michelsoni sinestea sorginetan sinestea bezain zozoa iruditzen zitzaidan.

Matematikan, ostera, berdintasun osoa dago maisuaren eta ikaslearen artean: froga nezake, neure argudioaren indar eta zehaztasunaren bitartez, irakaslea okertu egin dela.

Beraz, matematikak (neure gisara pentsatzeko) *askatasuna* dakar, eta (irakaslearekiko) *berdintasuna*.

Ikertzaileen arteko *haurridetasunari* dagokionez, urteak beharko nituen antzemateko.

2. IKERKETA MATEMATIKAN

Haurrek irakasleak jarritako problemak ebazten dituzte. Hori egitean, haurrak ikertzaile bihurtzen dira. Baina ez diote harri berririk jartzen matematikaren etxeari, irakasleak alde aurretik baitaki problemen erantzuna. Ikertzailearen egitekoa da beste inork ez dakiena aurkitzea. Haur horiek, behin helduz gero, umekeria dirudien eginkizun horretara dedikatzeko eskubidea dute? Nork esango die zein problema ebatzi? Matematikako ikertzailea zahartu nahi ez duen haurra baino ez da?

Egia bada matematikan norberaren bitartekoekin bereiz daitezkeela egiazkoa eta gezurrezkoa, hona hemen hurrengo galdera: norantz bideratu behar dira ahaleginak?

André Weil Jean Delsarte-ren adiskidea zen. Delsarte hil zenean, André Weilek adiskidearen lan zientifikoaren gorazarrea egin zuen. André Weilek dioskunez, Delsartek berak erabakitzen zituen askatasun osoz ikerketa-gaiak.

Gauza bera egin nuen neuk ere: inori kontsultatu gabe aukeratu nuen zein izango zen nire tesiaren gaia. Garai haietan, bost urteko ahaleginen eta aurkikuntzen emaitza izaten zen tesia; gaur egun ere, ikertzaile baten bizitzako lehen borroka eta lehen garaipena izaten da.

Montaigne-k (1533-1592), aldiz, behin eta berriz nabarmendu zuen ikertzaileen arteko elkartasuna, eta "Entseiuak" bere liburuan zientzia aurrera daroan giza katea deskribatu zuen.

Neure indarrak edireten ahal ez duena ez dut ikertze eta entseiatzetik uzten; eta, gai berri hau eskuztatuz eta oratuz, irekitzen diot darraidanari erraztasun zerbait bere oldera hobeki goza dezan, eta arin eta erabilgarriago egiten diot.

Beste hainbeste eginen dio bigarrenak hirugarrenari: horregatik nekeak ez nau etsitu behar, ez neure ezintasunak... ⁽¹⁾

Gaur egun, talde-lana iruditzen zait matematikako ikerketa. Nire ahaleginek, nire aurkikuntzek ez dute zentzurik beste matematikari baten lana zabalitzen edo osatzen ez badute. Badirudi halako orkestra-zuzendari misterioitsu bat dagoela "zeru goietatik" ikertzaileon lana bideratzen. Jean Pierre Serre-k Zientzia Akademiako hitzaldi batean tristuraz adierazten zuen legez, talde finitu sinpleen zerrenda osoa biltzen duen teorema 6000 orrialdetik gorako talde-lana da, eta ez da egongo inoiz oso-osorik irakurtzeko gauza izango den matematikaririk (G talde finitua sinplea dela esaten da ez badu H azpitalderik non G/H bera ere taldea den). Lan horretan orkestra-zuzendari misterioitsua Daniel Gorenstein izan zen.

3. ALBERTO CALDERÓN ⁽²⁾

1974an gutxi gorabehera egin nion uko neure independentzia harro hari: hamar bat urtez (1974-1983) Calderónen ikasle izatea onartu nuen. Baina maisu nagusi baten ikasle bihurtzeko, maisuak berak onartu behar zaitu. Calderónek onartu egin ninduen, eta bere ikerketa-programa erakutsi. Programaren helburua zen eragile berri batzuk eraikitzea, analisi konplexura eta deribatu partzialeko ekuazioetara iraultza ekarriko zuten eragileak, hain zuzen. Calderónek aurkitu eta eragile horien bitartez aztertu gogo zuen mundu berria iradoki zidan. Ingeniarientzat motore elektrikoak nola, hala dira erabilgarriak matematikarientzat eragileak.

Baina Calderónen programa ibilarazteko, ate magiko bat zabaldu behar zen. Ate hori itxita zegoen, morroiloa ipinita zuen, eta inor ezin zitekeen sartu Calderónek agerrarazi nahi zuen mundu liluragarri hartan. Ate magikoak izena zuen: kurba lipschitziarren gaineko Cauchyren nukleoaren jarraikitasuna. 1981eko maiatzean, zazpi urtean jardun ondoren, ulertu nuen nola zabaldu zitekeen atea. Gaur egun, are errazago ireki daiteke, Bartzelonako Unibertsitate Autonomoko Joan Verdera-ren lanei esker. Zazpi urte haietan gauza izan nintzen talde batean lan egiten ikasteko, eta azken urratserako Ronald Coifman eta Alan McIntosh adiskideek lagundu zidaten. Halaxe antzeman nuen haurridetasunak berebiziko zeregina betetzen duela matematikan ikertzean.

Alberto Calderónek adiskidetzat ninduen, eta nik hura oso maite nuen. Nik ez nituen neure iritzi politikoak gordetzen. Harenak bestelakoak ziren. Baina atsegin nituen haren kritikak. Esaterako, Atahualpa Yupanqui gorrotatzen zuen, eta bere ohiko gozotasunaz, azaldu egiten zizkidan desadostasunaren arrazoiak. Jorge Luis Borges-en poesiak ezagutarazi zizkidan eta, bereziki, "Poema de los dones (Dohainen poema)" delakoa. Hona hemen lehen lerroak:

*Nadie rebaje a lágrima o reproche
Esta declaración de la maestría
De Dios, que con magnífica ironía
Me dio a la vez los libros y la noche.*

Alberto Calderónek peronismoaren kalteak agerrarazi zizkidan. Calderón gizon zuhurra zen. Haatik, herrimari gailentzen uzten zion batzuetan, eta gaztetan Buenos Airesen egiten zituen ibilaldiak etortzen zitzaizkion gogora.

1997ko ekainean Madrilgo Unibertsitate Autonomoak omenaldi bat eskaini zion, azkenengoa. Une horretan, Alberto Calderón berriro ikusteko zoriona izan nuen.

4. MATEMATIKA ETA JAKINDURIA ZIENTIFIKOA

Nicolas Bourbaki da frantses matematikari-talde txiki baten izena. Bourbaki saiatu zen matematikaren zehaztasuna, koherentzia eta batasuna garatzen. Henri Poincaré aipatzen zuten "ikasle txarraren" eredu modura, zeren haren lanetan, teorema baten hipotesiak aldatu egiten baitziren frogapenak aurrera egin ahala...

Poincaréren lanaren bidegabeko kritika hura gorabehera, Bourbakik indartu egin zuen matematikaren batasuna. Baina,aldi berean, matematika eta fisikaren arteko erretena zabaldu ere egin zuen.

Arestian aipatu dudan bezala, mesfidantza handia nuen fisikarekiko. 1985era arte ez nuen iritzia aldatu, orduan antzeman bainuen zientzien arteko batasuna.

Ikuspegi berria Alex Grossman-i eta Jean Morlet-i zor diet. Lehena mekanika kuantikoan da aditua, bigarrena ingeniaria zen. Grossmanek eta Morletek petrolioaren inguruko ikerketan

ziharduten –bibrosismikan, zehatzago esateko–. Hasteko, identitate bikain bat berraurkitu zuten, hoguei urte lehenago Alberto Calderónek aurkitu zuen berbera. Baina hori baino gehiago egin zuten: ohartu ziren identitate horrek seinaleak eta irudiak deskribatzeko hizkera berria zekarrela. Ondoren, Ingrid Daubechies-ek, Stéphane Mallat-ek eta hirurok asmatu genuen Jean Morleten ikuspena zenbakizko iraultza deritzon horretan txertatzen, behar diren zenbakizko algoritmo azkarrak sortuz. Ikerketa horien emaitzen bidez irudiak arinago igortzen dira web-ean, esate baterako, eta medikuntzarako irudiak lortzeko ere balia daitezke.

Adibide horretan, matematikariek jarraitu zioten fisikariek jorraturiko ildoari. Baina alderantziz ere gertatu da, eta beste batzuetan matematikariak izan dira igarle. Ez daude inguruko mundutik aparte, hala uste badute ere. Etorriko den mundua iragartzen dute.

Hona hemen matematikaren igarmenaren adibide bat.

1969an, artean Paris-Sud Unibertsitateko irakasle nintzela, Raphaël Salem-ek proposatutako problema zail bati heldu nion.

Ordukoan, konfigurazio geometriko berezi bat asmatu nuen, harritxoak plano baten gainean antolatzeko modu berri bat, hain zuzen. Hori egitean kuasikristalak aurkitu nituen, naturan –kimikaren arloan– agertu baino hamar urte lehenago. Atomoak non dauden kokaturik adierazten dute harritxoek. Gaur egun, kuasikristalak Salemek jarritako problema bera baino garrantzizkoagoak dira, ezaugarri fisiko aipagarriak dituzten molekulen ordenamenduak izaki.

5. MATEMATIKA ETA GIZAKIEN ATSEKABEAK

1981eko maiatzeko arratsalde batean, Barbara Weissek (Guido Weiss matematikariaren emaztea) bere senarrak jarritako problema batekin gogor lan egiten ari nintzela ikusi, eta esan zidan:

“Yves, alferreko matematika horietan lan egin beharrean, zure adimena gizakien oinazea arintzeko erabiliko bazenu, gauzak apur bat hobeto joango lirateke munduan.”

Errieta horrek jo egin ninduen, baina lan hari ekin eta egun bi geroago problema ebatzita neukan.

Gaur, hainbeste urte igarota, oraindik ez dakit nola erantzun Barbara Weissen kritikei.

Erantzun bat, erraza eta gezurrezkoa, hau izan daiteke: bai, gauza izan naiz gizakien mina arintzeko. Izan ere, ikertzaile- eta mediku-talde baten lanari esker, irudiak tratatzeko bide berri haiek (Ingrid Daubechies-ek, Stéphane Mallat-ek eta hirurok aurkitu genituenak) medikuntzarako irudiak lortzeak jartzen dituen hainbat problematan aplikatzen dira.

Baina erantzun hori iruzurra da; berriro beldurra, urduritasuna eta poza batera sentitzea espero dut lan matematikotik, haur batek uharte misteriosuan lurperatuta dagoen altxorra bilatzean sentitzen dituen moduan.

Itzultzaileak: J. Andoni Duoandikoetxea eta Javier Duoandikoetxea. Itzultzaileek eskerrak eman nahi dizkie Meyer irakasleari jatorrizko testu frantsesa beren eskura uzteagatik.

(1) Euskarazko itzulpena Klasikoak bildumako Entseuiak II liburutik hartuta dago; Eduardo Gil Bera da itzultzailea eta Jean Baptiste Orpustan zuzentzailea (itz. oh.).

(2) Alberto Calderón argentinarra (1920-1988) XX. mendeko Analisi Matematikoan egon den matematikaririk bikainetakoa izan zen. Duela 50 urte inguru Antoni Zygmund-ekin batera Chicagon egin zituen lanek arlo berri bat ireki zuten Fourieren Analisisan. Chicagon hasi eta mundu osora zabaldu zen matematikari-taldeari Calderón-Zygmunden eskola esaten zaio (itz. oh.).

(*) El artículo “¿Por qué y cómo se hace investigación en Matemáticas?” corresponde a una conferencia impartida en septiembre de 2001 por el matemático francés Yves Meyer, miembro de la Academia de Ciencias de París, a los estudiantes participantes en el “Proyecto para la Detección y el Estimulo del Talento Precoz en Matemáticas”. Se puede encontrar el texto en castellano en *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, vol. 5 (2002), nº 1, 57-61.