

## RUTAS MATEMATICAS POR NUESTRA LOCALIDAD

FERNANDO CORBALÁN (\*)

Las matemáticas se estudian en todos los cursos de la enseñanza obligatoria y constituyen una de las materias fundamentales de la misma, lo que significa que cualquier futuro ciudadano (nuestros actuales alumnos) cursará un mínimo de 10 años esta materia. Los adultos también la estudiaron durante bastantes años, a pesar de lo cual, si se les pregunta en qué utilizan o dónde ven matemáticas en su vida cotidiana, la respuesta no suele ir mucho más allá de las actividades comerciales corrientes: comprar y vender, procurar que llegue el sueldo a fin de mes, hacer frente a la hipoteca,... Sí la única presencia social de las matemáticas fuera esa, se podría liquidar el aprendizaje matemático en tres o cuatro cursos, hasta cubrir lo que antes se llamaban "las cuatro reglas".

Las matemáticas están presentes en muy variados aspectos de la organización social, lo que pasa es que con cierta frecuencia lo hacen de forma enmascarada, de tal manera que muchas veces solo las percibimos cuando no funcionan correctamente. Por eso pienso que uno de los objetivos fundamentales de la Educación Matemática es "Mostrar la presencia y la importancia de las matemáticas en la vida diaria (fuera del sistema escolar)". Hacer ver con hechos (y con algunas reflexiones) que si las matemáticas desempeñan un papel fundamental en la escuela es porque también lo tienen en la vida cotidiana.

Lo que pretendemos en este artículo es proporcionar pautas para poder realizar una *Ruta Matemática* real, un recorrido por nuestra localidad, que muestre la presencia de las matemáticas en algunos aspectos de la vida diaria de los alumnos. Como tienen que valer para cualquier lugar, lo que sigue son reflexiones genéricas de temas que se pueden tratar, con ejemplos y fotografías de sitios reales (de la ciudad donde vivo y en algunos casos de lugares vascos), que con facilidad se puedan adaptar al lugar concreto.

Como ya he dicho en otros momentos<sup>(1)</sup>, creo que la educación matemática, es un largo proceso de enfoque de unas gafas matemáticas que permitan ver (no sólo, pero también) matemáticas en la realidad que nos rodea. La propuesta de este artículo es que se haga parte de ese enfoque mediante recorridos por la ciudad o pueblo en que vivimos, que pueden hacerse con diferentes puntos de vista. Uno conocido es la realización de un juego de pistas o gymkhana, en la que ir superando retos o problemas realizables en lugares de la ciudad<sup>(2)</sup>. El que aquí proponemos es para encontrar matemáticas en las calles del centro de una localidad cualquiera, fijando la atención en la serie de aspectos que detallamos<sup>(3)</sup>. También hay otras posibilidades de encontrar matemáticas en la vida diaria, como pueden ser con recorridos por los centros comerciales (que nos llevaría a las matemáticas del consumo) o por los museos (y veríamos las relaciones entre arte y matemáticas), pero no las trataremos aquí.

Las propuestas que se hacen en este artículo pueden dar lugar a actividades que tienen que realizar los alumnos, solos o, mucho mejor, acompañados de sus profesores o de un monitor. Pienso que es interesante que el recorrido se divida en etapas para que no suponga un hartazgo de matemáticas sino un paseo ligero que deje a los participantes con ganas de repetirlo, por el mismo u otro procedimiento. Y que contribuya a despejar la mente para ir viendo matemáticas en lo sucesivo.

(\*) Coordinador del Programa "Matemática Vital". Departamento de Educación. Gobierno de Aragón.

## ASPECTOS QUE CONSIDERAMOS

---

Nos limitamos a los seis aspectos siguientes:

- Formas.
- Llenar el plano.
- Números.
- Logotipos.
- Simetría.
- Estadística.
- Matemática callejera.

De cada uno haremos consideraciones y pondremos ejemplos de posibles plasmaciones, procurando que sean tan generales que se puedan aplicar en cualquier lugar con la formulación literal que se da o con pequeñas adaptaciones.

### FORMAS

---

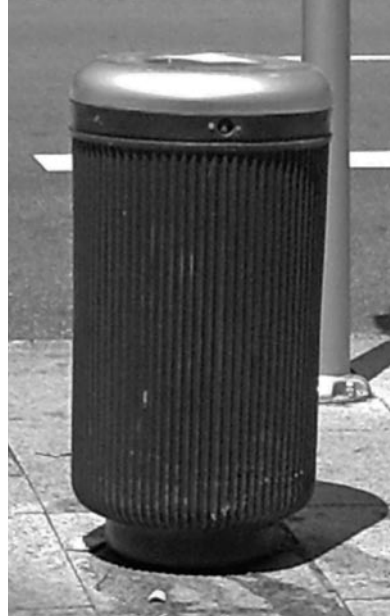
En la escuela hay preponderancia de las planas, pero en nuestro entorno son tridimensionales. Podemos ver en nuestras calles diferentes mobiliarios urbanos en los que a partir de una serie de elementos planos se consiguen formas espaciales. Pienso que es conveniente pedir la forma en que se realizaría el montaje, porque las dificultades de comprensión de las instrucciones de buena parte de los objetos que compramos en "kit" muestra que es una tarea difícil y que, por tanto, hay que entrenar en muchos contextos. También hay muchos objetos que se obtienen por revolución. En estos momentos en que la construcción es omnipresente, sería conveniente observar las grúas para poder visualizar que las estructuras rígidas en el plano son las triangulares y en el espacio las tetraédricas.

**La cabina de teléfonos.** En la foto tienes una cabina de teléfonos, de un modelo que verás con frecuencia en nuestras calles y plazas. Localiza y describe las formas planas que la componen.

Haz también una especie de "folleto de instrucciones" para montar la cabina a partir de los elementos que has descrito.



**Papelera.** Aquí tienes una de las muchas papeleras de una ciudad cualquiera (además de contemplarlas, recuerda que están para usarlas). Describe su forma. Mira también si tiene algún tipo de simetría. ¿Se pueden formar como un cuerpo de revolución?



**Grúa.** Por poco que levantes de la vista en cualquiera de tus recorridos es fácil que veas una grúa. Se trata de que la observes con un poco de detenimiento para ver las formas que intervienen en ella. ¿Cómo está construida? ¿Cuál crees que es la razón para hacerla de esa forma?



## LLENAR EL PLANO

---

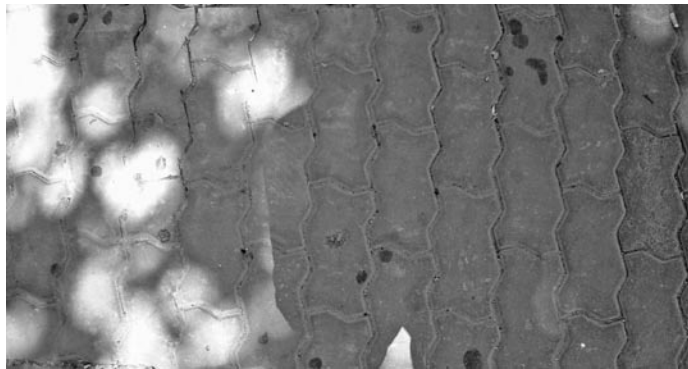
Se trata de poner de manifiesto algunas de las múltiples maneras en que se puede lograr utilizando un motivo mínimo repetido: mosaicos, rejas, barandillas, celosías, persianas de tiendas, esgrafiados,.. (a los que se podrían añadir en el entorno habitual el diseño de telas o la confección de prendas de punto, por ejemplo). Es conocido que para que con polígonos con vértices coincidentes se pueda embaldosar, la suma de los ángulos que se juntan en un punto tiene que ser  $360^\circ$  (que equivale a una vuelta completa), porque en otro caso no

conseguiremos "cerrar". Por eso con los únicos polígonos regulares con que se puede embaldosar es con triángulos equiláteros, cuadrados y hexágonos regulares (y en realidad como seis triángulos equiláteros conforman un hexágono hay solo dos tipos de las llamadas "tramas regulares": cuadrada y triangular). Si hay polígonos de dos o más tipos que intervienen en el mosaico la condición seguirá siendo que la suma sea  $360^\circ$ .

A partir de las tramas regulares (o de otras que llenen el plano, como las rectangulares) se pueden hacer modificaciones en los ladrillos originales para variar la forma sin que cambie la superficie. Es muy frecuente en varias localidades el tipo de adoquín de la primera actividad de este apartado y es una buena solución industrial la de la segunda. Aportamos también una actividad a partir de las barandillas del entorno del Kursaal de San Sebastián.

**Alrededor de los árboles.** En bastantes aceras hay árboles plantados. El hueco de tierra alrededor de los mismos, entre la acera y el tronco, se llena con unos adoquines de una forma especial. ¿Podrías dibujarlos?

La superficie de cada uno de ellos es la misma que la de un rectángulo al que se le van añadiendo y quitando trozos iguales. ¿Podrías hacer el proceso para dibujarlos a partir del rectángulo?



**El suelo que pisas.** Cuando uno va por la calle a veces no mira donde pisa... o lo hace sin fijarse de verdad. Eso puede dar lugar a pequeños accidentes (resbalones, tropezones,...) y también a que no se perciba la geometría que hay a nuestros pies.

Fíjate en el suelo del centro de una avenida que te damos en la foto (que es muy frecuente en algunas ciudades, como Zaragoza) y reproduce el diseño del mismo. ¿Qué polígonos de cada color intervienen? ¿De qué tipo son esos polígonos? ¿Cómo se forman a partir de otros más pequeños?

Imagina que tienes que explicar a alguien (por ejemplo a un amigo de otra ciudad) cómo podría hacer el mismo diseño, ¿cómo se lo explicarías? ¿Te puede servir un dibujo?



Continúa con la tarea anterior, pero más complicada: ¿podrías llenar el suelo con dos tipos de baldosas que fueran una de ellas un cuadrado y otra un octógono regular del mismo lado? (Fíjate que la respuesta no es exactamente como el suelo de la foto). Si tu respuesta es afirmativa, haz un diseño de cómo sería el embaldosado en ese caso.

**Barandillas.** Observa la barandilla que separa la acera del río en San Sebastián cerca del Kursaal. Hay un mismo motivo que se repite. ¿Cuál es? Imagina que tenemos muchos iguales y queremos completar la reja, ¿cómo tendríamos que colocarlos? Haz un esquema o explica de otra manera la forma de hacerlo.



## NÚMEROS

No hay que destacar la importancia de los números en la vida diaria (es casi lo único de las matemáticas que se percibe), pero lo que proponemos es un ejercicio de observación callejera para incitar a reflexionar sobre las diferentes funciones que cumplen. Los expertos dicen que las fundamentales de los números son tres: medir (pueden ver en el recorrido números con la hora, por ejemplo), ordenar (los de las casas de las calles) y codificar (los de las rutas de autobuses o de teléfono). Se trata de que los alumnos lleguen a esa clasificación no porque nosotros se lo digamos (sería una clasificación más a añadir a las habituales en clase) sino a través de su reflexión sobre los números que ellos han encontrado. Pienso que es una tarea que requiere más tiempo que el de una visita por el centro de la localidad, pero que se puede iniciar aquí y continuar más tarde<sup>(5)</sup>.

Aquí traemos una actividad que pretende propiciar esa reflexión, otra sobre estimación (una de las aplicaciones habituales de los números en la vida corriente) y una tercera sobre dos informaciones que se comentan de forma recurrente: la hora y la temperatura.

**Observando números.** En el transcurso de tu recorrido (durante todo el tiempo que estés en él) ve mirando y anotando todos los números que encuentres. Al final, haz una lista de las razones por las que se utilizan.

Piensa si sería posible quitar alguno o algunos de esos números (es decir que en vez de números se utilizaran otros procedimientos para dar la misma información).

Con los números que te queden después de la selección anterior, intenta reunirlos en grupos para llegar a encontrar las funciones principales que desempeñan los números en tu vida.

**Superficie.** En el centro de tu localidad hay un gran espacio en el que cabe mucha gente, que se utiliza en las fiestas y concentraciones. Te pedimos que hagas una estimación de las cantidades siguientes:

- Superficie aproximada de ese espacio.
- Número de baldosas necesarias para llenarla.
- Si hay una concentración multitudinaria (manifestación, concierto,...), ¿cuánta gente puede entrar? Haz las estimaciones con diferentes grados de llenado (según que la gente esté más o menos apretada).

**Tiempo y temperatura.** Por bastantes ciudades (y también en algunas tiendas) hay paneles con la información numérica de la hora y de la temperatura.

En los dos casos se trata de números que desempeñan una de las funciones principales de los mismos: ¿cuál es? Busca información sobre las diferentes escalas para medir la temperatura y cuál es la que nosotros utilizamos.

Reflexiona también sobre la manera de medir el tiempo. Si lo que aparece en el reloj es 13:37 (o las 13:53), ¿se pueden escribir como las 13,37 (o las 13,53)? Da las razones de tu respuesta.



## Logotipos

Son una muestra concreta en nuestra sociedad de la información de que las matemáticas (en concreto la geometría) tienen un papel importante fuera de las aulas. Es el primer contacto con una marca y por tanto es de interés primordial para las empresas que se recuerden; si, como sucede, buena parte de ellos tienen elementos geométricos sencillos es porque esas cosas llegan de forma profunda y duradera. Si como decía un teórico de la publicidad "El aire que respiramos está compuesto de oxígeno, nitrógeno y publicidad", la geometría elemental es de fácil absorción y respiración.

La observación y el diseño de logotipos es una tarea interesante y placentera para los jóvenes, inmersos en una realidad que valora mucho la imagen. Como muestra, el logotipo del Programa "Matemática Vital" se ha elegido entre los muchos diseñados por alumnos en talleres de logotipos: representa una M y una V simétricas y entrelazadas formando el corazón de la vida.



Aquí proponemos actividades sobre unos logotipos que los alumnos conocen tan bien como los de los coches; sobre dos logotipos que permiten pasar de uno a otro y sobre otro que introduce una superficie fascinante: la cinta de Moebius.

**Coches.** En la mayoría de las calles de tu localidad hay aparcados muchos coches. Las marcas de los mismos están colocadas con su logotipo, que con frecuencia tiene formas geométricas. Ve observando esos logotipos y dibuja dos de los que más te gusten, señalando en ellos sus elementos geométricos.

[Nota: si se quiere se pueden poner los logos de Mercedes, VolksWagen, Seat, Opel, Mazda,...]

**Rombos.** Hay muchos logotipos geométricos que puedes ver en tu recorrido. Pero además te vamos a proporcionar dos que nos parecen interesantes y que tienen relación entre ellos. Uno de ellos es de una entidad bancaria: la Caja Castilla La Mancha. Nos vamos a fijar en su logotipo.



Describe las figuras geométricas que intervienen en su logotipo. ¿Se podría dibujar a partir de un triángulo equilátero por medio de traslaciones, giros o simetrías? Si tu respuesta es afirmativa, di la forma de hacerlo.

Tal vez hayas visto entre los logotipos de coches (y si no seguramente lo conoces) uno muy parecido. Nos referimos a Mitsubishi:



Explica la forma de pasar de uno a otro de los logotipos.

**Cinta de Möbius.** Otro de los logotipos llamativo es el de otra caja de ahorros: Caixa Nova.



Coge una tira de papel e intenta rehacerlo: tendrás un objeto muy particular llamada "cinta de Möbius o de Moebius", que tiene unas interesantes propiedades geométricas y con la que podrás realizar bonitas actividades. Busca información en Internet y procura hacerlas.

## SIMETRÍA

---

Casi todos los objetos que manejamos, las obras artísticas y las construcciones humanas tienen en cuenta la simetría, quizás como reflejo de que nosotros somos aproximadamente simétricos, aunque no se suele hacer mucha mención a la misma en clase de matemáticas.

**Exploración de la fachada.** En el centro de tu localidad seguro que hay algún edificio destacado, de esos que se recuerdan. Desde alguna distancia observa la fachada e intenta distinguir todas las formas planas que veas en la misma. Haz con todo ello un esquema simplificado (que no tenga en cuenta la decoración) de la fachada de ese edificio (si acaso puedes tomar como ejemplo el de la foto).

Es fácil que esa fachada, como muchas otras construcciones, tenga una estructura simétrica (si no tenemos en cuenta las letras y las figuras). Si es así, en el esquema que acabas de hacer, ¿cuál es el eje de simetría? Si no es simétrica, ¿qué tendrías que añadir para que sí lo fuera?





**Mobiliario urbano y edificios.** Haz un recorrido por la calle principal de tu localidad, observa los objetos de la calzada y busca en ellos formas planas y espaciales, así como posibles simetrías en ellos. Presta una atención especial al mobiliario urbano: hay muchos objetos simétricos. Di cuando lo sean el tipo de simetría que tienen.

Haz lo mismo con los edificios que la forman, así como con las partes de los mismos (ventanas, rejas, ...).

**Puertas.** La simetría, como habrás podido ver en todo el recorrido, es una de las constantes de los objetos que usamos todos los días y en los edificios que habitamos. Incluso en la puerta de entrada a las casas donde vivimos. Por ejemplo, ¿tiene alguna simetría la puerta de la foto?



## ESTADÍSTICA

Es la parte de las matemáticas que más va a influir en la vida de los futuros ciudadanos. Como dice D. S. Moore<sup>(6)</sup>, “la estadística es importante por derecho propio, más importante que el cálculo diferencial e integral en la mayoría de las ocupaciones”. Por eso se tiene que aprender y utilizar en todos los niveles y a todas las edades, y no es habitual hacerlo en los primeros cursos escolares. Aquí proponemos dos para realizar en la calle, relacionados con la circulación y los atascos<sup>(7)</sup>.

**Número de vehículos.** Elige uno de los semáforos en los que haya retenciones frecuentes. ¿Cómo podrías saber cuántos vehículos pasan cada vez que se pone verde? ¿Son siempre los mismos? ¿Depende de su tamaño (que haya autobuses o furgonetas, por ejemplo)? ¿Qué tendrías que hacer para poder contestar a las preguntas anteriores?

**Atascos.** Uno de los problemas de las ciudades y pueblos grandes es la movilidad como consecuencia de la gran cantidad de coches que circulan por sus calles y los atascos que se producen. Te proponemos que hagas algunas observaciones para tener datos sobre los mismos y poder reflexionar sobre las posibilidades de mejora.

Sitúate en uno de los semáforos en los que se formen colas. Queremos saber cuántos vehículos pasan cada vez que se pone verde. ¿Qué tienes que hacer para contestar? Como no siempre es el mismo número, quizás una buena manera es que los cuentes varias veces y saques la media. Una vez que la tengas, ¿qué podrás afirmar?

Dos de las medidas que se suelen recomendar para evitar atascos son la utilización del transporte público y compartir con otras personas los coches particulares. Haz una estadística de la ocupación de los coches que pasan por el semáforo y también de los autobuses (por un procedimiento similar al del párrafo anterior) y escribe un pequeño informe de la ganancia de espacio y la fluidez de la circulación que habría con cada una de las medidas.

## MATEMÁTICA CALLEJERA

---

Aunque los apartados anteriores aportan actividades suficientes y variadas para poder ir graduando las gafas matemáticas, en este nos asomaremos a otros aspectos interesantes que no tienen cabida directa en ninguno de los anteriores.

Las tapa de alcantarilla nos llevan a las superficies de anchura constante (y a su definición), de las que parece que solo hay el círculo y sin embargo hay infinitas. La más conocida es el Triángulo de Reuleaux, que aparece en múltiples situaciones de la vida, como por ejemplo en las papeleras de San Sebastián<sup>(8)</sup>. Las farolas permiten considerar las formas de lograr una superficie lo más próxima posible a una esfera (como las geodas o los comunes balones de fútbol). Y la medida de una altura a algún método que permita hacerlo en todo momento, lo que descarta la utilización de la sombra y la consideración de espejos para obtener reflejos.

**Las buenas escaleras.** Para que una escalera esté bien construida tiene que seguir una normativa precisa. Se ha de cumplir que el doble de la altura de cada escalón más la longitud de la huella (donde se pone el pie) esté comprendido entre 60 y 65 centímetros.

Toma las medidas correspondientes en diferentes escaleras (del colegio, de tu casa, de entrada a algunos edificios públicos,...) para ver si cumplen la regla de las buenas escaleras. Extrema la atención en los edificios antiguos o en aquellas que te resulten incómodas de subir o bajar.

**Esferas de luz.** Con cierta frecuencia las farolas tienen forma esférica, pero en algunos casos la esfera es más grande y se obtiene de una manera especial. Observa la foto (del puente del Kursaal de San Sebastián) y describe la forma en que se consigue una esfera.



Hay otros casos en que se tiene que lograr una esfera con porciones planas, como los balones de fútbol. Describe cómo está compuesto alguno que tengas a mano.

**Monumentos.** En todas las localidades hay monumentos artísticos interesantes, que con frecuencia tienen formas geométricas definidas. El que te adjuntamos está situado enfrente del Ayuntamiento de Bilbao, se titula "Variante ovoide de la desocupación de la esfera", obra del gran escultor vasco Oteiza. Procura describirlo utilizando términos geométricos.

¿Sería posible saber la altura del monumento? Siempre se pueden buscar informaciones sobre él, pero puedes medirla o deducirla por algún procedimiento. Podrías pensar primero cada uno y ponerlo en común y discutirlos con los compañeros para ver si entre todos encontráis algún método.



**Tapas de alcantarillas.** En las aceras de tu localidad hay muchas tapas metálicas. Observa su forma y describe cuál es. Cuando el agujero que hay debajo es muy profundo (por ejemplo para los desagües) la tapa es siempre redonda. ¿Sabrías decir por qué?



## FINAL

---

La observación del papel que juegan las matemáticas en la vida social es un largo proceso que requiere un aprendizaje. Como casi todo en la educación, para que llegue a surtir efecto es necesario que se haga muchas veces, que llegue a ser una tarea cotidiana. Teniendo en cuenta las propuestas anteriores y las que cada uno puede ir aportando (cuanto más nos dediquemos a la tarea más encontraremos y cada vez más interesantes) seguro que contribuimos a sacar las matemáticas del aula y hacerlas visibles por las calles.

## NOTAS

---

- (1) En particular en mi artículo 'Matemáticas cotidianas', *SIGMA*, nº 19.
- (2) Una plasmación en Zaragoza es *Rutas matemáticas I. Gymkhana matemática Zaragoza*, de un grupo de profesores entre los que está el autor, editada por el Área de Educación del Ayuntamiento de Zaragoza en 2005. Puede encontrarse su contenido así como las soluciones de las actividades en la página web de otro de los autores, J. M<sup>o</sup> Sorando ([http://es.geocities.com/humor\\_matematicas/RUTAS/rutas0.htm](http://es.geocities.com/humor_matematicas/RUTAS/rutas0.htm))
- (3) En el marco del Programa 'Matemática Vital' del Gobierno de Aragón, que dirige el autor, se ha generado una *Ruta Matemática por el pueblo de Valderrobres (Teruel)*, realizado por Miguel Barreras, que puede verse en la página del autor (<http://195.55.130.130/estaticas/calendas/>) o en la web del Programa (<http://www.educa.aragob.es/mvital>).
- (4) También el Ayuntamiento de Zaragoza ha editado en 2006 el folleto del autor *Rutas matemáticas II. Las matemáticas en el centro* siguiendo las mismas ideas que aquí se exponen. Se han ofertado a los centros escolares de la ciudad para su alumnado del final de la primaria y se vienen realizando desde enero de 2007 por grupos concertados previamente guiados por un monitor. Está previsto que hasta final de este curso las realicen unos 2000 alumnos y que continúen en años próximos.
- (5) En un artículo en el número 24 de *SIGMA* ('No todos los números son iguales. Funciones de los números') traté el tema con amplitud.
- (6) En el capítulo "Incertidumbre" del libro *La enseñanza agradable de las matemáticas*, de L.A. Steen (ed), Ed. Limusa, México.
- (7) Si se quieren más actividades sobre el tema puede consultarse mi libro *La matemática aplicada a la vida cotidiana*, Graó, Barcelona.
- (8) Para más información se puede consultar en Internet, en mi libro de próxima aparición *Matemáticas de la vida misma*, Graó, Barcelona, 2007 o en *La proporción trascendental*, de A. Posamentier e I. Lehmann, Ariel, Madrid, 2006.