

**B**

AUKERA

# MATEMATIKA

# 4

José Ramón Vizmanos  
Máximo Anzola  
Isabel de los Santos  
Juan Carlos Hervás

ESFERA

DBH

ikasmina

BIGARREN HEZKUNTZA



# AURKIBIDEA

## I. BLOKEA: ZENBAKIAK ETA ALJEBRA

### 1 ZENBAKI ERREALAK 8

1. Adierazpen hamartarrak.
2. Zenbaki errealak.
3. Zenbaki errealen adierazpen hurbildua.
4. Zenbaki errealen zuzena. Balio absolutua.
5. Tarteak, zuzenerdiak eta inguruneak.
6. Berretzaile osoko berreketak. Idazkera zientifikoa.
7. Erroketak.
8. Zatizko berretzailea duten berreketak.
9. Eragiketak erroketekin.
10. Antzeko erroketak. Arrazionalizazioa.
11. Zenbaki erreal baten logaritmoa.
12. Logaritmoen propietateak.

Ariketak ..... 24

### 2 POLINOMIOAK 30

1. Adierazpen aljebraikoak eta polinomioak.
2. Eragiketak polinomioekin.
3. Laburbidezko formulak.
4. Ruffiniren erregela.
5. Hondarraren eta biderkagaiaren teorema.
6. Polinomio baten erroa. Erro osoak.
7. FaktORIZAZIOA. Polinomio laburtezinak.
8. Polinomio bat biderkagaitan deskonposatzea.

Ariketak ..... 42

### 3 EKUAZIOAK ETA SISTEMAK 48

1. Lehen eta bigarren mailako ekuazioak.
2. Bestelako ekuazioak ebatzea.
3. Ekuazio logaritmikoak.
4. Ekuazio esponentzialak.
5. Ekuazio linealen sistemak. Sistemak ebatzea.
6. Ekuazio ez-linealen sistemak.

Ariketak ..... 60

### 4 INEKUAZIOAK ETA SISTEMAK 66

1. Desberdintzak eta inekuazioak. Inekuazioen ebazpenak.
2. Inekuazioak ebatzea: arauak.
3. Lehen mailako inekuazioak ebatzea.
4. Maila handiagoko inekuazio polinomikoak, inekuazio arrazionalak.
5. Lehen mailako inekuazio-sistemak.

Ariketak ..... 74



## MATEMAKINAK

■ Zenbaki errealak *Deriverekin*

■ Ekuazioak, inekuazioak eta sistemak *Deriverekin*

80

## II. BLOKEA: GEOMETRIA

### 5 ANTZEKOTASUNA 84

1. Antzeko irudiak.
2. Antzeko irudien neurria.
3. Talesen teorema.
4. Triangeluen antzekotasun-irizpideak.
5. Triangeluen antzekotasun-irizpideen ondorioak.

Ariketak ..... 94

### 6 TRIGONOMETRIA 100

1. Angeluen neurria.
2. Triangelu angeluzuzenen arrazoi trigonometrikoak.
3. Arrazoi trigonometrikoen arteko erlazioak.
4. Edozein angeluren arrazoi trigonometrikoak.
5. Zenbait angeluren arrazoi trigonometrikoen arteko erlazioak.
6. Trigonometria kalkulagailuz.

Ariketak ..... 110

### 7 PROBLEMA METRIKOAK 116

1. Triangelu angeluzuzenak ebatzea.
2. Edozein triangelu ebatzea. Sinuaren eta kosinuaren teorema.
3. Irudi lauen luzerak eta azalerak.
4. Gorputz geometrikoen azalerak eta bolumenak.

Ariketak ..... 124

### 8 GEOMETRIA ANALITIKOA 130

1. Bektore finkoak planoan.
2. Bektore askeak planoan.
3. Eragiketak bektore askeekin.
4. Bektoreen konbinazio lineala.
5. Bi bektoreren biderkadura.
6. Bektore baten modulua. Bi bektorek osatzen duten angelua.
7. Bi punturen arteko distantzia. Zuzenki baten erdiko puntua.
8. Zuzenaren ekuazioak.
9. Zuzenaren ekuazio segmentarioa.
10. Planoko bi zuzenen posizio erlatiboak.

Ariketak ..... 144



## MATEMAKINAK

■ Antzekotasuna *Cabrirekin*

■ Bektoreak *Cabrirekin*

150



### III. BLOKEA: FUNTZIOAK

#### 9 SEGIDAK. SEGIDEN LIMITEAK 154

1. Segidak. Limitearen ideiarantz.
2. Segida baten limitea.
3. Infinitura jotzen duten segidak.
4.  $+\infty$  eta  $-\infty$  sinboloak erabiltzea.
5. Segiden eragiketen limiteak.
6. Limite indeterminatuak.
7.  $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  segida.
8.  $e$  zenbakia.

Ariketak 166

#### 10 FUNTZIOAK 172

1. Funtzio kontzeptua.
2. Gorakortasuna eta beherakortasuna.
3. Maximo eta minimo absolutuak eta erlatiboak.
4. Funtzio periodikoak eta borneak.
5. Funtzio simetrikoak.
6. Eragiketak funtzioekin.
7. Alderantzizko funtzioak.
8. Zatika definitutako funtzioak.

Ariketak 184



#### 11 FUNTZIOEN LIMITEAK. JARRAITUTASUNA 190

1. Funtzio baten joera.
2. Funtzio baten limite kontzeptua.
3. Limiteen propietateak. Adierazpen indeterminatuak.
4. Limiteak kalkulatzeko.
5. Funtzioen jarraitutasuna.
6. Etenak.

Ariketak 200

#### 12 FUNTZIOAK AZTERTZEA 206

1. Funtzio polinomikoak.
2. Alderantzizko proportzionaltasuneko funtzioak.
3. Funtzio arrazionalak.
4. Asintotak.
5. Funtzio esponentzialak.
6. Funtzio logaritmikoak.
7. Funtzio trigonometrikoak.
8. Funtzioen grafikoak lortzea grafiko errazagoetatik abiatuta.

Ariketak 222

#### 13 DERIBATUAK: HASTAPENAK 228

1. Batez besteko aldakuntza-tasa.
2. Aldiuneko aldakuntza-tasa.
3. Funtzio baten deribatua puntu batean.
4. Deribatuaren interpretazio geometrikoa.
5. Zuzen ukitzailearen ekuazioa.
6. Funtzio deribatua kalkulatzeko.
7. Oinarritzko funtzioen deribatuak.
8. Eragiketen deribatuak.

Ariketak 240

#### MATEMAKINAK

- Kalkulagailu grafikoaren funtzioak
- Alderantzizko funtzioa *Deriverekin*

246

### IV. BLOKEA: ESTADISTIKA ETA PROBABILITATEA

#### 14 DIMENSIO BAKARREKO ESTADISTIKA 250

1. Terminologia estatistikoa.
2. Batez besteko aritmetikoa eta moda.
3. Mediana eta koartilak.
4. Adierazpen grafikoak. Simetria.
5. Heina, bariantza eta desbideratze tipikoa.
6. Batez bestekoa eta desbideratze tipikoa elkarrekin erabiltzea.

Ariketak 260

#### 15 BI DIMENSIOKO ESTADISTIKA 266

1. Bi dimentsioko aldagai estatistikokoak.
2. Mendekotasun ausazkoa eta funtzionala.
3. Kobariantza.
4. Korrelazio linealaren koefizientea.
5. Erregresio-zuzena.

Ariketak 274

#### 16 KONBINATORIA 280

1. Zuhaitz-diagrama. Zenbaketaen printzipio orokorra.
2. Errepikatu gabeko permutazioak.
3. Errepikatu gabeko aldakuntzak.
4. Errepikatuzko aldakuntzak.
5. Errepikatu gabeko konbinazioak.
6. Zenbaki konbinatorioak.
7. Binomio baten berreketa.

Ariketak 290

#### 17 PROBABILITATEEN KALKULUA 296

1. Ausazko esperimenduak. Lagin-espazioa. Gertakari motak.
2. Eragiketak gertakariekin.
3. Gertakari baten probabilitatea.
4. Gertakarien bilduraren probabilitatea.
5. Esperimendu konposatuaren probabilitatea.
6. Probabilitate baldintzatua. Mendeko gertakariak eta gertakari askeak.
7. Guztizko probabilitatea.

Ariketak 306

#### MATEMAKINAK

- Korrelazioa *Excelen* bidez
- Esperimenduak simulatzea, *Excel* erabiliz

312

#### Autoebaluazioen erantzunak

316